Teoria dos Grafos

Conexidade & Árvores

por Mauro Silva

Agenda

- Conexidade
- Tipos
  - Não conexo
  - Conexo
  - Fortemente conexo
- Árvores
- Arborescência
- Árvore Binária
- Aplicações
- Exercícios
- Representação
- Percurso
  - Pré-ordem

© Mauro Silva

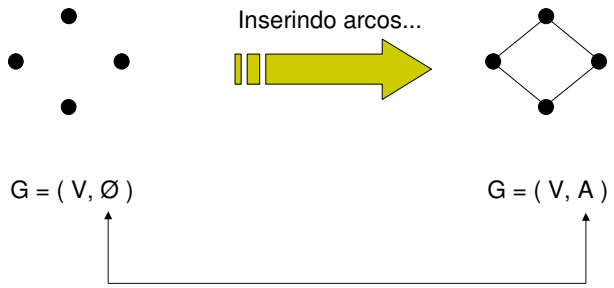
Definição - Conexidade

- Conexidade corresponde ao ...
- ... “estado de ligação” dos vértices de um grafo. Indica a possibilidade de se *caminhar* de um vértice ao outro.
- ... “estado de ligação” de um grafo e adquire aspectos diferentes conforme o grafo seja orientado ou não orientado.

© Mauro Silva

Definição - Conexidade

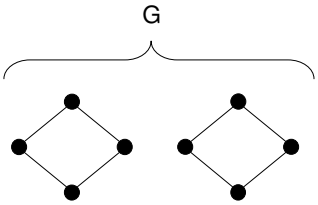
- Exemplo



© Mauro Silva

Tipos de Conexidade

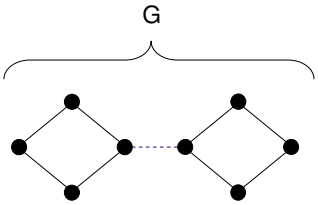
- Não Conexo
  - G = (V, A) é desconexo se existirem pelo menos dois vértices que não são ligados por nenhuma cadeia.



© Mauro Silva

Tipos de Conexidade

- Conexo
  - G = (V, A) é conexo (ou s-conexo) se cada par de vértices de G for ligado por ao menos uma cadeia.

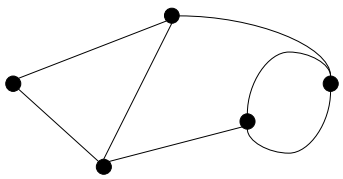


© Mauro Silva

Tipos de Conexidade

- Fortemente Conexo
  - G = (V, A) é fortemente conexo (ou f-conexo) se todo par de vértices participa de uma caminho fechado, ou seja, dados dois vértices quaisquer , de cada um pode-se atingir o outro.

G



© Mauro Silva

Árvores

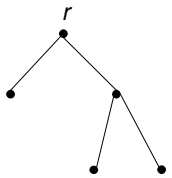
- Nota: um tipo especial de grafo, chamado de *árvore*, é muito útil para representar dados.
- Definição:
  - Uma **árvore** é um **grafo conexo acíclico** com um nó especial, denominado **raiz da árvore**.

Existe um caminho de qualquer nó par qualquer outro.

Um ciclo é um caminho de algum nó n_0 para ele mesmo (sem repetição de arcos)

© Mauro Silva

Árvores

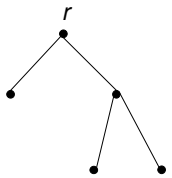


Existe um caminho da **raiz** (***r***) para qualquer outro nó na árvore; como a árvore é **acíclica**, esse caminho é único.

A **profundidade de um nó** em uma árvore é o comprimento do caminho da raiz ao nó; a raiz tem profundidade 0 (zero).

© Mauro Silva

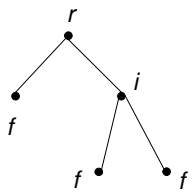
Árvores



Qual seria a **profundidade (altura) de uma árvore?**

© Mauro Silva

Árvores



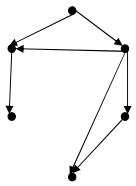
Folha: nó sem filhos. *(f)*

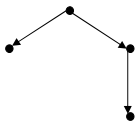
Nó interno: nós que não são folhas. *(i)*

Qual é o **grau** de uma folha**?**

Árvores - Arborescência

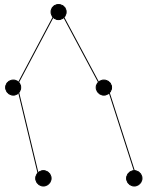
- Arborescência ou Grafo sem ciclos
  - Uma **arborescência** é um **grafo orientado sem ciclos** que possui uma **raiz**.

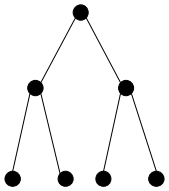




Árvores Binárias

- De interesse especial temos as **árvores binárias**, onde cada nó tem, no máximo, dois filhos.
- Cada filho de um nó é chamado de **filho esquerdo** ou **filho direito**.
- Uma **árvore binária cheia** é uma árvore que tem todos os nós internos com dois filhos e onde todas as folhas estão à mesma profundidade.

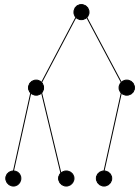




© Mauro Silva

Árvores Binárias

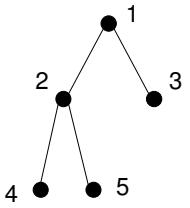
- Árvore Binária Completa
  - É uma árvore binária que é quase cheia; o nível mais baixo da árvore vai se enchendo da esquerda para direita, mas pode ter folhas faltando.



© Mauro Silva

Árvores Binárias

- Exercício
  - Supondo que o nó 1 é a raiz da árvore, responda:
    - Qual é a altura da árvore?
    - Qual é o filho esquerdo do nó 2?
    - Qual é a profundidade do nó 5?



© Mauro Silva

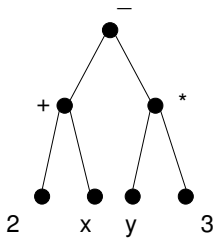
Árvores - Aplicações

- Derivações de palavras em certas linguagens formais podem ser representadas como árvores.
- Árvores de análise, geradas por um compilador ao analisar um programa.
- Uma árvore genealógica é, em geral, uma árvore.
- O fluxo organizacional que indica quem responde a quem em uma empresa.
- Arquivos em seu computador estão organizados em uma estrutura hierárquica (de árvore);
- Tópicos em sistema de *Help*.

© Mauro Silva

Árvores - Aplicações

- Expressões algébricas envolvendo operações binárias.
  - Podem ser representadas como árvores binárias rotuladas.
  - As folhas são rotuladas como operandos
  - Nós internos como operações binárias.



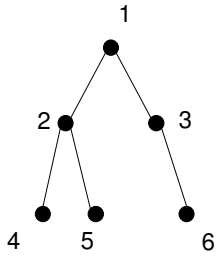
Qual é a expressão?

Exercícios

- Desenhe a árvore que representa a expressão:
  - [(x – 2) * 3] + (5 + 4)
  - [(2 * x – 3 * y) + 4 * z] + 1

Árvores - Representação

- Representação de árvores binárias em tabelas



Nó	Folha Esquerda	Folha Direita
1	2	3
2	4	5
3	0	6
4	0	0
5	0	0
6	0	0

© Mauro Silva

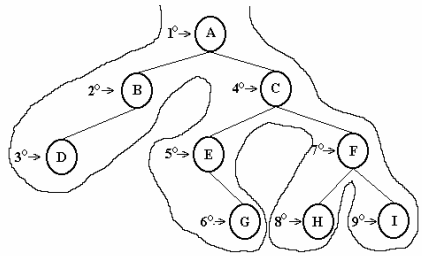
Árvores – Tipos de Percurso

- Percorrer uma árvore visitando cada nó uma única vez gera uma sequência linear de nós, e então passa a ter sentido falar em <u>sucessor</u> e <u>predecessor</u> de um nó segundo um determinado percurso. Há três maneiras recursivas de se percorrer árvores binárias.
  - Travessia em Pré-Ordem(*)
  - Travessia em In-Ordem
  - Travessia em Pós-Ordem

© Mauro Silva

Árvores – Tipos de Percurso

- Travessia em Pré-Ordem
  - se árvore vazia; fim
  - visitar o nó raiz
  - percorrer em pré-ordem a subárvore esquerda
  - percorrer em pré-ordem a subárvore direita.

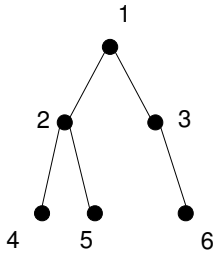



```
Procedure PreOrdem(N:tree);
Begin
  If N <> nil Then
    Begin
      Processa(N); {p. ex. imprime}
      PreOrdem(N^.esq);
      PreOrdem(N^.dir);
    End;
End;
```

© Mauro Silva

Exercício

- Escrever uma lista de nós que resultam de um percurso em pré-ordem



© Mauro Silva

Teoria dos Grafos

Conexidade & Árvores

por Mauro Silva